

※注意：作答時，請於答案卷上標明作答之大題及其題號。

I. 填充題：共10題，各7分，共70分。

- 只寫答案，不必書寫計算過程。
- 請標明題號，按序書寫。

(A) 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$.

(B) 設 $y = y(x)$ 為由 $x^4 + y^3 - 2xy = 0$ 所定義之隱函數，且 $y(1) = 1$. 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 在 $x = 1$ 之值。

(C) 求 $\int e^{\sqrt{x}} dx$.

(D) 求 $\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt$.

(E) 設 $f(x)$ 為 $g(x) = x^3 + x + 1$ 之反函數. 求 $\int_1^3 f(x) dx$.

(F) 求曲線 $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ ，由 $x = 0$ 到 $x = 1$ 之弧長。

(G) 設 $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)}$ ，求 $f^{(n)}(0)$ 之值。

(H) 求曲面 $x^3 + 2y^2 + 3z^4 - 6xyz = 0$ 在點 $(1, 1, 1)$ 之切平面方程式。

(I) 求重積分 $\int_{y=0}^{y=1} \int_{x=2y}^{x=2} e^{x^2} dx dy$.

(J) 求重積分 $\iint_D \frac{dxdy}{x^2 + y^2}$ ，其中 $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3\}$.

II. 計算題：兩大題，各15分，共30分。

- 必須書寫計算過程及理由，否則不以計分。

(1) 求原點和曲面 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 2$ 之最短距離. 提示：用 Lagrange multiplier 法及因式分解 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz)$.

(2) 用 $u = x + y$, $v = y - x$ 之代換，求 $\int_0^{1/2} dx \int_x^{1-x} (x-y)^2 e^{(x+y)^2} dy$.