

※注意：作答時，請於答案卷上標明作答之大題及其題號。

一、請計算或回答下列各題(36分，必須列出推演過程，只有答案視同零分)

(1)設 X_1 與 X_2 為兩個相互獨立的標準常態隨機變數(即 X_1 與 X_2 均為 $N(0,1)$)，若

$$Y_1 = X_1 - X_2, Y_2 = X_1 X_2, \text{ 試求 } Y_1 \text{ 與 } Y_2 \text{ 的相關係數。}(5 \text{ 分})$$

(2)設 $X_1, X_2, \dots, X_{100}$ 代表某地區 100 個廠商的專利權數，已知均為 $\lambda = 1$ 的 Poisson 分配，試求這 100 家廠商專利權數總和超過 120 個的機率。(5 分)

(3)設 X_1 與 X_2 為抽取自 $N(0, \sigma^2)$ 的簡單隨機樣本，試問下列統計量的分配(請寫出分配的名稱，若有自由度必須標示自由度，及平均數與變異數)。(12 分)

$$\textcircled{1} T_1 = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

$$\textcircled{2} T_2 = \frac{X_1 + X_2}{X_1 - X_2}$$

$$\textcircled{3} T_3 = \frac{X_1^2}{X_1^2 + X_2^2}$$

(4)某建築師想知道某塊正方形建築用地的面積，由於他沒有精確的丈量工具，所以使用布尺丈量 n 次，得到 n 次正方形邊的長度，分別是 $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，現有下列兩個估計式來估計面積：分別是 $\bar{X}^2$ 以及 $\sum_{i=1}^n X_i^2 / n$

試比較兩種估計式的優缺點(包括不偏性、一致性、有效性)，並寫出你應該有的假設。(10 分)

(5)根據 92 年 2 月 21 日中時晚報報導，某位台大醫師表示，發現檢驗出得癌症的病患十之八九都有染髮，因此他認為染髮會導致癌症，請根據統計學的觀點評論上述的說法。(4 分)

二、(14 分)根據國內一家知名速食業者的研究指出，速食店漢堡的銷售量受到其漢堡價格以及競爭對手價格和自己漢堡價格差異的影響。因此漢堡銷售量的迴歸模型應設為：

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 (X_3 - X_2) + \varepsilon$$

Y ：漢堡銷售量

X_2 ：自己本身的漢堡價格

X_3 ：競爭對手的漢堡價格

ε ：隨機誤差

一位投信的研究員將模型設為

$$Y = \alpha_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \varepsilon$$

並且得到以下的估計結果：

$$Y = \text{constant} - 0.24X_2 + 0.20X_3 + e$$

(1.8) (2.3) (括弧內數據是 t 值)

且 $R^2 = 0.62$ ， $\text{Cov}(\hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3) = 0.003$

(1) 試求 $\hat{\beta}_2$ 與估計正確迴歸模型時的 R^2 ？(7 分)

(2) 請檢定價格對銷售量是否有影響？(7 分)

接背面

三、(8 分) 設有一迴歸模型如下：

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, n$$

陳同學想以動差法(method of moments)來估計迴歸係數，他已知：

$$E(\varepsilon_i) = 0$$

$$E(X_i \varepsilon_i) = 0$$

請協助陳同學利用動差法估計出上述迴歸係數，此時這些估計式是否仍然符合 BLUE(best linear unbiased estimator)的性質？理由？

四、(10 分)若要研究目前台灣地區的失業率，你會利用區間估計或假設檢定何種方法來研究，為什麼？又區間估計與假設檢定的關係如何。

五、(10 分) 一般而言，應採用何種公式去求算通貨膨脹率(inflation rate)？是否會導致偏誤？其高估或低估實際物價變化的理由為何？

六、(12 分) 若甲地區股票報酬率 X 的機率函數如下：

$$f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}, -\infty < x < \infty, \theta > 0$$

試問：(1) 甲地區股票報酬率呈現右偏或左偏的現象？(必須計算出判斷指標) (8 分)

(2) 股票報酬率可能出現很高或很低的現象，此時以常態分配或上述 $f(x; \theta)$ 分配何者來描述較適宜？理由為何？(4 分)

七、(10 分)若甲國的全國租稅負擔率(即全國賦稅收入占名目國民生產毛額 GNP 之比)及全國稅收彈性(即全國賦稅收入年增率占名目國民生產毛額 GNP 年增率之比)如下表所示：

年	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
全國租稅負擔率 %	18.4	16.5	15.5	15.0	15.0	14.5	14.0	12.8
全國稅收彈性	1.2	-0.4	1.6	1.4	1.1	0.9	0.8	0.7

試問：(1) 由上述資訊能否判斷甲國未來的財政收入與支出情形是否健全？理由為何？(5 分)

(2) 能否預測 2003 年甲國未來的全國租稅負擔率？如何預測？(5 分)