1. 求下列常微分方程的一般解

   (a) $\frac{d^3y}{dx^3}-\frac{d^2y}{dx^2}-8\frac{dy}{dx}+12y=7e^{2x}$ (10%)

   (b) $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-x\frac{dy}{dx}+y=0$ (15%)

2. 解下列初始值問題 (15%)

   $\frac{dy}{dt}+y=f(t)$

   $f(t)=\delta(t-3)$ $\quad\delta(t)$*是 Dirac delta 函數*

   $f(t)=f(t+5)$

   $y(0)=0$

3. (a) 若 $\Gamma(x)$表示 gamma 函數，

   已知$\Gamma(1.5)=0.88623$，求$\Gamma(-1.5)$的值。(5%)

   (b) 計算 2^i 的所有值 (5%)

4. 球坐標系統中一個向量函數 $\mathbf{v}(\rho,\theta,\phi)$的三個分量爲 v_ρ, v_θ, v_ϕ，請根據散度$\nabla\cdot\mathbf{v}$與旋度$\nabla\times\mathbf{v}$ 的積分定義，分別推演二者在球坐標系統中的微分公式，並附立體圖以便註明積分體或面元素的尺寸、積分路徑方向、v 的分量與其方向等項，

   (a) 散度(Divergence) $\nabla\cdot\mathbf{v}$， (10%)

   (b) 旋度(Curl) $\nabla\times\mathbf{v}$。 (10%)

5. 試以變數變換推演二維波方程式 $\partial^2u/\partial t^2=\partial^2u/\partial x^2$ 的 d'Alembert 解。(15%)

6. 一根長度無限周邊隔熱的圓棍，若它的溫度分布 u(x, t) 滿足下列熱方程式與初始溫度條件，求 u(x,t) 的解。 (15%)

   熱方程式：

   $$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial u^2}{\partial x^2}$$

   初始溫度：

   $$u(x,0)=\begin{cases}U_o=\text{常數}, & |x|<1,\\ 0, & |x|>1.\end{cases}$$

試題隨卷繳回