

一、填空题（共 20 分。請按空格編號，依序作答，否則不予計分。）

- 為研究需要而隨機抽查甲公司 50 天的每日營收 X_i (萬元)。經 Lilliefors 檢定或 (1) 檢定而得知每日營收分配可能不符合常態分配；經 Wilcoxon 檢定之 (2) 檢定而得知每日營收的中位數 η 可能大於 90 (萬元)；經 p 檢定之 (3) 檢定而得知每日營收超過 120 (萬元) 的比例 p 可能大於 5%；經 (4) 檢定得知每日營收至少為 110 (萬元) 者與至多為 80 (萬元) 者所佔比例之比 p_1/p_2 可能不為 1；經 (5) 檢定而得知每日營收的標準差 σ 可能小於 20 (萬元)。【註：請只就 Z (標準常態)、 t 、 χ^2 、 F 檢定作選擇】
- 為探討一連鎖店的營業收入 Y 與兩個自變數 X_1 、 X_2 的關係，而建立複迴歸模型為： $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$ ， $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ 。若由樣本大小 $n=15$ 的樣本資料求得：迴歸變異 $SSR(X_1, X_2) = 740$ 、殘差變異 $SSE(X_1, X_2) = 240$ 、修正複相關係數 $R_a^2 =$ (6)、Durbin-Watson $D = 1.9975$ ，則可以顯著水準 $\alpha = 0.05$ 作檢定，結論可能為：(7) 虛無假設 $H_0: \rho = 0$ ；(8) 虛無假設 $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ ；(9) 虛無假設 H_0 ：殘差項 ε 具有隨機性。若欲以 White 檢定作等變異性檢定，則可依自由度為 (10) 的 χ^2 分配進行之。
【註： $Z_{(0.05)} = 1.645$ 、 $t_{(0.05)} = 1.782$ 、 $\chi^2_{(0.05)} = 21.03$ 、 $F_{(0.05)} = 3.8853$ 】

二、個案研究（共 30 分。請按空格編號，依序作答，否則不予計分。）

甲公司為探究廣告策略對銷售量的影響，乃設計 A、B 兩種不同的廣告策略，並在十五組人口數等條件相當的地區進行集區實驗設計，推出後的銷售量分別：A 廣告策略為 X_i 、B 廣告策略為 Y_i ($i=1, 2, \dots, 15$)，經 Microsoft Excel 求算而得下列部份電腦報表：

	A	B
平均數	35.00	32.08
變異數	44.86	37.36
皮耳森相關係數	0.8	
假設的均數差	0	
t 統計	t_0	
$P(T \leq t)$ 雙尾	0.016	
臨界值：雙尾	2.145	

假設此資料適合有母數統計分析之所有條件，令顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，則

- 令差額 $D_i = X_i - Y_i$ 之平均數為 $\bar{D}$ ，由樣本資料求得的估計標準誤 $S(\bar{D}) =$ (1)，檢定統計量 t 之值 $t_0 =$ (2) 與臨界值 (3) 作比較而 (4) 虛無假設 $H_0: \mu(D) = 0$ 。
- 此 $\mu(D)$ 檢定若改採 ANOVA 之 $F = MSR/MSE$ 檢定，則 MSR 經求算而為 (5)，可得 F 之值 $F_0 =$ (6) 與臨界值 (7) 作比較而與 t 檢定有相同的結論。

- 若統計假設建立為：虛無假設 $H_0: \mu(D) \geq 2$ 、對立假設 $H_1: \mu(D) < 2$ ，則可得檢定統計量 t 之值為 (8) 與臨界值作比較而 (9) H_0 。
- 已知皮耳森相關係數 $r=0.8$ ，若統計假設建立為：虛無假設 H_0 ：兩策略的銷售量無關、對立假設 H_1 ：兩策略的銷售量有關，則可得檢定統計量 t 之值為 (10) 與臨界值 $t_{(0.025)} = 2.160$ 作比較而 (11) H_0 。此 t 檢定之自由度為 (12)。
- 由相關係數 r 可求得因變數 Y_i 對自變數 X_i 的樣本迴歸係數 $b_1 =$ (13)，進一步求得檢定統計量 F 之值為 (14) 與臨界值作比較而 (15) 虛無假設 H_0 ：迴歸係數 $\beta_1 = 0$ 。

三、計算及問答題 (共 50 分。)

- 設 X 與 Y 為獨立同態(i.i.d.)之常態 $N(\mu, \sigma^2)$ 隨機變數，令 $S=X+Y$ ， $T=X-Y$ 。
 - 試分別求 S 與 T 之邊際 pdf， f_S 及 f_T ，需註明其分配名稱及參數。(6 分)
 - 試分別計算 $\text{cov}(S,T)$ 及 $\text{cov}(Y,T)$ ，並說明 $\{S,T\}$ 、 $\{Y,T\}$ 何者為無相關或獨立？(8 分)
- 令 $\{X_i\}_1^n$ 為一組由二項分配 $B(S,p)$ 母體所抽出之隨機樣本，令 $\bar{X}_n = \sum_{i=1}^n X_i / n$ 表示樣本平均數，
 - 當樣本大小 $n \geq 30$ 且固定，試寫出 $\bar{X}_n$ 之漸近分配，需說明理由及注明分配名稱及參數。(5 分)
 - 當樣本大小 $n < 30$ 且固定，試推導 $\bar{X}_n$ 之精確分配 pmf。(6 分)
 - 設參數 p 未知，試求 p 之最大概似估計元及 p 之最有效估計元。(10 分)
- 設 $\{X_i\}_1^5 \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} U(0,1)$ 表一組來自均勻分配之隨機樣本，令 $Y_1 = \min_{1 \leq i \leq 5} X_i$ ， $Y_5 = \max_{1 \leq i \leq 5} X_i$ 。
 - 試分別寫出 (Y_1, Y_5) 之聯合 pdf 及 Y_1 、 Y_5 之邊際分配。(6 分)
 - 試推導全距 R 之 pdf，注明 R 之分配名稱及參數。(6 分)
 - 計算 $E(R)$ 。(3 分)

試題隨卷繳回