

## 一、填空题 (共 20 分。請按空格編號，依序作答，否則不予計分。)

- 一維修時間  $X$  的機率函數為  $f(x)=e^{-x}$ ,  $x \geq 0$ 。若成本  $Y=2X$ ，則  $Y$  分配的機率模型可能是 (1) 參數為 的 分配，或 (2) 參數為 的 分配，或 (3) 參數為 的 分配，或 (4) 參數為 的 分配。此  $Y$  分配的平均數  $E(Y)=\mu=$  (5) ，變異數  $V(Y)=\sigma^2=$  (6) 。
- 為了解一櫃員機的操作效率而隨機抽測 (提領一萬元) 15 次，得各次的操作時間為  $X_i$  (秒)。經採用 (7) 檢定而得知操作時間分配可能不符合常態分配；經採用 (8) 檢定而得知操作時間的中位數  $\eta$  可能大於 20 (秒)；經採用 (9) 檢定而得知操作時間低於 10 (秒) 的比例  $p$  可能小於 15%；經採用 (10) 檢定而得知操作時間分配的標準差  $\sigma$  可能小於 5 (秒)。【註：請只就 F、Friedman、Kendall、 $\chi^2$ 、Kolmogorov-Smirnov、Lilliefors、McNemar、Mood、t、Wilcoxon、Z 檢定作選擇】

## 二、個案研究 (共 30 分。請按空格編號，依序作答，否則不予計分。)

- 為探究廣告費對廠商營收的影響，乃隨機抽訪 30 家高廣告費者，得各家廠商去年的營收為  $X_i$  ( $i=1,2,\dots,30$ )，另抽訪 30 家低廣告費者，得各家的營收為  $Y_j$  ( $j=1,2,\dots,30$ )，經 Microsoft Excel 求算而得下列部份電腦報表：

|                  | 高(1)   | 低(2)  |
|------------------|--------|-------|
| 平均數              | 87.30  | 82.56 |
| 變異數              | 16.90  | 29.56 |
| F                | 0.57   |       |
| $P(F \leq f)$ 單尾 | 0.0691 |       |
| 臨界值：單尾           | 0.4760 |       |
| t 統計             | $t_0$  |       |
| $P(T \leq t)$ 雙尾 | 0.0003 |       |
| 臨界值：雙尾           | 2.0017 |       |

假設此資料適合有母數統計分析之所有條件，並令顯著水準  $\alpha=0.05$ 。

- ☞ 欲檢定高廣告費者營收之變異數與低廣告費者營收之變異數的關係，可求得檢定統計量  $F$  之值  $F_0=$  (1) 與臨界值 (2) 作比較而拒絕虛無假設  $H_0$ ：高廣告費者營收之變異數為低廣告費者的 1/4。
- ☞ 由電腦報表之  $F$  檢定可知：兩母體分配之變異數可能皆等於  $\sigma^2$ ，此共同變異數  $\sigma^2$  的不偏估計量  $MSE=$  (3)，可求得檢定統計量  $t$  之值  $t_0=$  (4) 與臨界值比較而拒絕虛無假設  $H_0$ ：兩母體分配之平均數相等。
- ☞ 若兩平均數  $\mu_1$ 、 $\mu_2$  是否相等之檢定改採 ANOVA 之  $F$  檢定，可得檢定統計量  $F$  之值  $F_0=$  (5) 與臨界值 (6) 作比較而與  $t$  檢定有相同的結論。
- ☞ 又兩母體變異數之比  $\sigma_1^2/\sigma_2^2$  的 95% 信賴區間：下限為 (7)、上限為 (8)。

- 為探究提款機 (A、B、C) 性能與行員 (甲、乙、丙、丁、戊) 的功力而進行一因子分類的集區實驗設計，得數據為  $Y_{ij}$ ，經 Microsoft Excel 求算而得下列部份電腦報表：

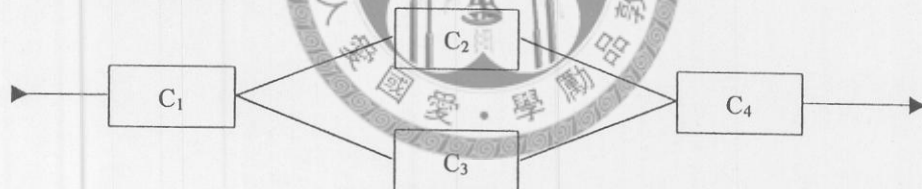
| 變源  | SS  | 臨界值    |
|-----|-----|--------|
| 提款機 | 195 | 4.4590 |
| 行員  | 108 | 3.8379 |
| 誤差  | 33  |        |

假設此資料適合母數統計分析之所有條件，並令顯著水準  $\alpha=0.05$ 。

- ☞ 若欲檢定提款機 A、B、C 之性能是否相同，可求得檢定統計量 F 之值  $F_0 = \underline{(9)}$  與臨界值比較而  $\underline{(10)}$  虛無假設  $H_0$ ：提款機性能相同。
- ☞ 若欲檢定行員的功力是否相同，可求得檢定統計量 F 之值  $F_0 = \underline{(11)}$  與臨界值比較而  $\underline{(12)}$  虛無假設  $H_0$ ：行員的功力相同。
- ☞ 此 ANOVA 分析可以加  $\underline{(13)}$  個 Dummy Variables 而轉成迴歸分析，可求得迴歸變異  $SSR = \underline{(14)}$ ，檢定統計量  $F = MSR/MSE$  之值  $F_0 = \underline{(15)}$  與臨界值比較而下結論。

### 三、計算及問答題 (共 50 分。)

1. 一電路系統如圖所示：



令  $X_i$  表電池  $C_i$  之壽命 (以時計) 且  $\{X_i\}_1^4 \stackrel{i.i.d.}{\sim} \text{Exp}(\lambda=1)$  為一組獨立同態之指數隨機變數。令  $Y$  表示此電路系統之壽命。

- (1) 試推導此電路系統壽命分配 (Life Distribution)  $Y$  之 pdf。(10 分)
  - (2) 計算此電路系統壽命超過一小時之機率。(只需列出機率式，不需算出值。5 分)
2. 設某公司電話交換機在上班期間打來之電話數目為平均每小時 60 通之卜瓦松過程 (Poisson Process)，試計算以下個機率：(以下三小題僅需列出機率式，不需算出值。)
- (1) 在半個鐘頭內，至少有兩通電話的機率。(4 分)
  - (2) 設  $X$  為自上班 8:00am 起等待第一通電話進入交換機的時間 (以分鐘計)，試推導  $X$  之 cdf。(5 分)
  - (3) 計算  $P(X>5)$  及  $P(X>15 | X>10)$ ，分別說明此兩機率之含意並比較之。(8 分)

3.  $\{X_i\}_1^n \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} \text{Geo}(p)$  為一組來自幾何分配之隨機樣本，其 pmf 為：

$$P_X(x) = \begin{cases} p(1-p)^{x-1} & x = 1, 2, \dots \\ 0 & \text{其他範圍} \end{cases}$$

- (1) 試寫出參數  $p$  之參數空間及求  $p$  之動差估計元  $\hat{p}_{MM}$  及最大概似估計元  $\hat{p}_{MLE}$ 。(7 分)
- (2) 計算機率  $P(X > 3)$ ，並以 MLE 法估計此機率。(5 分)
- (3) 當樣本大小  $n \geq 30$  且固定，試求出(1)中估計元  $\hat{p}_{MLE}$  之漸近分配(Asymptotic Distribution) (需注明分配名稱及參數)。(6 分)

試題隨卷繳回

