

(I) 填充題：共10題，各7分，共70分。

- 只寫答案，不必書寫計算過程。
- 請標明題號，按序書寫。

- (A) 令 $x = \int_0^y \frac{dt}{\sqrt{1+4t^2}}$ ，求 $\frac{1}{y} \frac{d^2y}{dx^2}$ 之值。
- (B) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$ 之值。
- (C) 求 $\int \frac{dx}{2+e^x}$ 之值。
- (D) 令 $f(x) = \tan^{-1} x$ ，求 $f^{(2n+1)}(0)$ 。
- (E) 設 $f(x)$ 為 $g(x) = 2x^3 + x + 1$ 之反函數，求 $f'(4)$ 之值。
- (F) 求曲線 $y = \int_0^x \sqrt{\cos 2t} dt$ ，由 $x=0$ 到 $x=1$ 之弧長。
- (G) 求 $f(x) = x^x$ ， $x > 0$ ，之極小值所發生之處。
- (H) 求雙鈕線 $r^2 = 3 \cos 2\theta$ (極座標) 所包圍之面積。
- (I) 求曲面 $\cos(\pi x) - x^2y + e^{xz} + yz = 4$ 在點 $(0, 1, 2)$ 之切平面方程式。
- (J) 設 $-1 < a < b < 1$ ，求單位球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 在 $z=a$ 和 $z=b$ 之間的表面積。

(II) 計算題：兩大題，各15分，共30分。

- 必須書寫計算過程及理由，否則不予計分。

(1) 求 $f(x, y) = 5x^2 + 4xy + 2y^2$ 在 $x^2 + y^2 \leq 1$ 上之絕對極大值和極小值及其所發生之處。

(2) 求 $\iint_R \cos\left(\frac{y-x}{y+x}\right) dx dy$ 之值，其中 R 為由點 $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 1)$, $(0, 2)$ 所圍成之梯形。提示：作變換 $u = y + x$, $v = y - x$ 。