

1. 在 Poisson (卜瓦松) 分配下, 假設抽取 n 個樣本, 其值分別為 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 請推導出其平均值 μ 的最大概似估計(maximal likelihood estimate)的計算公式為何? (10%)
2. 在線性迴歸中, 對於某一自變數值為 x_0 , 所對應之應變數的值 y_0 的 $(1-\alpha)100\%$ 的預測區間(Prediction interval)的公式為何, 請加以列出公式, 並說明如何推導得到? (15%)
3. 已知聯合機率密度函數

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x(1+3y^2)}{4}, & 0 < x < 2, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
 試求 $p(1/4 < x < 1/2 \mid y = 1/3)$? (15%)
4. 若某一道路的車輛到達間距為一隨機變數, 且符合平均數為 6 秒的指數分配, 請問 4 部車到達所須總間距至少須 20 秒的機率為何? (15%)
5. 假設某機器所生產的不良品比率為 P 的事前所了解到的機率 $f(p)$ 如下對照表:

$p =$	0.1	0.2
$f(p)$	0.6	0.4

 假設調查抽樣 2 個產品, 其中有 1 個不良品, 則依據此一資料, 請按貝氏推定(Bayes estimate)法, 求此機器所生產的不良品的比率 P 的貝氏推定值為何? (15%)
6. 某客運公司每天收入(X)為一符合常態分配的隨機變數, 其平均值為 54 萬元, 其變異數為 9 萬元; 其每天的支出(Y), 以萬元為單位, 符合 Gamma 分配, 其參數 $\alpha=10$, $\beta=2$; 若其收入(X)與支出(Y)之間為獨立。試求其每天之淨利($X-Y$)大過 48 萬元的機率不會大過多少? (15%)
7. 在假說檢定中, 當顯著水準為 α , 若平均數以 μ 表示, 標準差為 σ ; 在進行雙尾檢定(two-tailed)時, 如果想要在真正的平均數為 $\mu + \delta$ 之下, 達到檢定力(Power)為 $1-\beta$ 之要求, 則應至少抽多少樣本, 請推演寫出計算公式? (15%)