

※ 注意：請於答案卷上依序作答，並應註明作答之大題（部份）及其題號。

I、填空题（共 30 分。請按空格編號，依序作答，否則不予計分。）

- 以下各係數的變化範圍分別為：

◆ Phi 係數 ϕ ：(1)。

◆ Spearman 等級相關係數 r_s ：(2)。

◆ Kendall 調和係數 (Kendall's Coefficient of Concordance) w ：(3)。

- 以下各檢定方法皆可為 χ^2 檢定，其自由度、自由度喪失的理由分別為：

◆ 公司新招考 40 位員工，將其隨機分派到四個訓練計畫下受訓，每個訓練計畫 10 人之期末成績的等級和分別為： R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 ，欲探究訓練計畫的優劣而採 Kruskal-Wallis 檢定法檢定之，則此檢定法之自由度 v = (4)。若自由度有喪失，則喪失的理由為：(5)。

◆ 製造商考慮購買生產同一產品之四種廠牌的機器，隨機抽出十位工人測試機器的性能，每位工人皆隨機測試四種廠牌的機器，工人認可者以「1」表示，否則以「0」表示。經求算而得四種廠牌機器的列總和分別為： R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 ，十位工人的行總和分別為： C_1 、 C_2 、 $\dots$ 、 C_{10} ，欲探究機器的優劣而採 Cochran 檢定法檢定之，此檢定法之自由度為 v = (6)。若自由度有喪失，則喪失的理由為：(7)。

- 求算下列各母數的最大概似估計值 (Maximum Likelihood Estimate)：

◆ 隨機抽訪 50 位大學男生中有 15 位贊成新措施，另隨機抽訪 50 位大學女生中有 25 位贊成新措施，若全體大學男生贊成新措施的比例為 p_1 ，全體大學女生贊成新措施的比例為 p_2 ，且 $p_1 = p_2 = p$ ，則母數 p 的最大概似估計值為 (8)。

◆ 假設 20、15、36、70、44、32、58、67 是抽自機率分配 $f(x) = 1/\beta$ ， $0 \leq x \leq \beta$ 的隨機樣本，則母數 β 的最大概似估計值為 (9)。

◆ 假設 10、15、16、20、25、25、30、34、35、40 是抽自母數 μ 、 σ^2 未知之常態分配的隨機樣本，則 σ^2 的最大概似估計值為 (10)。

- 欲知家庭支出 Y 與三個自變數：家庭收入 X 、每戶人口數 W 、家庭所在地區 D 的關係，乃隨機抽訪 n 個家庭得樣本資料後，經電腦求算而得 White 檢定之檢定統計量 $nR^2 = 40$ ，與顯著水準 $\alpha = 0.05$ 之臨界值作比較而拒絕 H_0 ：(11)。此檢定的自由度 v = (12)。

- 欲了解男性開車平均速率（中位數） η_1 是否高於女性之 η_2 而進行測試。由自願者中隨機抽測男、女各 30 人，得在高速公路上的平均速率分別為 X_1 、 X_2 （公里/小時）【註： X_1 、 X_2 中沒有數值與中位數相同者】，經採用 SAS 之 PROC NPAR1WAY 而得部分電腦報表「Median 1-way Analysis (Chi-Square Approximation) Prob>CHISQ=0.016」，則因機率 (13) < 顯著水準 $\alpha = 0.05$ 而拒絕 H_0 ：(14)。此檢定的自由度 v = (15)。

II、個案研究（共 20 分。請按空格編號，依序作答，否則不予計分。）

集團研究部門欲了解重要之管理控制理論： X 理論與 Y 理論之平均績效 η_1 、 η_2 是否一樣，乃進行一項實驗，隨機抽出 32 位員工施以 X 理論的環境，另外抽出 32 位員工施以 Y 理論的環境，年終得各員工之績效分別為：

X	23	52	24	33	...	45
Y	42	23	45	41	...	29

- 經 Microsoft Excel 求得 t 檢定的部份電腦報表為：

	X	Y
平均數	37.68	57.22
變異數	159.83	190.75
t 統計	(1)	
臨界值：雙尾	1.99969	

接背面

國立台灣大學九十三年學年度碩士班招生考試試題

科目：統計學(I)

題號：401

共 二 頁之第 2 頁

- 若改採變異數分析，則可得 ANOVA Table 為：

	SS	自由度 df	F
理論	(2)	(4)	(6)
誤差	(3)	(5)	

- 若採 Mann-Whitney 檢定，經 Data Analysis Plus 求得的電腦報表為：

X 理論 Rank Sum	687
Y 理論 Rank Sum	1393
z Stat	(7)
P(Z<=z) two-tail	0
z Critical two-tail	1.959961

- 若採 Kruskal-Wallis 檢定，經 Data Analysis Plus 求得的電腦報表為：

X 理論 Rank Sum	687
Y 理論 Rank Sum	1393
H Stat	(8)
df	(9)
P-value	0
chi-squared Critical	(10)

III、問答與計算題（共 50 分）

- 給任一時段 $[0, t]$ （以小時計）， $t > 0$ ，設到達某超市顧客人數為一卜瓦松過程（Poisson process），且 $\lambda > 0$ 為單位時間 $[0, 1]$ 內到達之平均人數，
 - 令 N 為時段 $[0, t]$ 內到達之顧客人數，試寫出 N 之機率質點函數 pmf。（3 分）
 - 給定 $N=n$ ，令 X_i 為第 $(i-1)$ 位顧客至第 i 位顧客到達時間之間距， $1 \leq i \leq n$ ，試推導每一 X_i 之累積分配函數 cdf，並註明分配名稱及參數。【Hint：每一 X_i 為獨立同態 (i.i.d.)】（5 分）
 - 令 $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ ，給定 $N=n$ ，試推導 S_n 之累積分配函數 cdf，並註明分配名稱及參數。（10 分）
- 若一電路系統由四個電池 $\{C_i\}_1^4$ 所組成，設 X_i 為 C_i 之壽命（以小時計），且 $\{X_i\}_1^4 \stackrel{i.i.d.}{\sim} \text{Exponential}(\lambda=1)$ ，
 - 若此系統為串聯，試推導此電路系統壽命分配（Life distribution）之 pdf，並註明分配名稱及參數。（5 分）
 - 若此系統改為並聯，試計算此系統壽命超過一小時之機率。（5 分）
 - 設 $\bar{X} = \sum_{i=1}^4 X_i / 4$ 表示此四個電池之平均壽命，試計算常數 c 使機率 $P(|\bar{X} - E(\bar{X})| < c) \geq 0.96$ 。（5 分）
- 令 $\{X_i\}_1^n \stackrel{i.i.d.}{\sim} \text{Bernoulli}(p)$ ，參數 p 未知，
 - 試寫出 p 之參數空間，並求 p 之動差估計元 $\hat{p}_{MME}$ 及最大概似估計元 $\hat{p}_{MLE}$ 。（4 分）
 - 求 p 之 UMVUE（Uniformly minimum variance unbiased estimator）。（6 分）
 - 求 $\text{Var}(X_i)$ 之 MLE 估計元 $\hat{\text{Var}}(X_i)$ ，並設 $n > 30$ 但固定，求 $\hat{\text{Var}}(X_i)$ 之漸近分配（Asymptotic distribution），並註明分配名稱及參數。（7 分）

試題隨卷繳回