

※ 注意：請於答案卷上依序作答，並應註明作答之大題及其題號。

一. 填充題：共 10 題，每題 7 分。（只寫答案不必寫過程）

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{nx+1}{nx-1} \right)^x = 9$, 問 $n =$ _____.

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e - (1+x)^{\frac{1}{x}}}{x} =$ _____.

3. 若 $f(x) = \int_x^{\sqrt{x}} \cos^2 \sqrt{t} dt$, $g(x)$ 為其反函數，則 $g'(0) =$ _____.

4. 若 $y = \frac{1}{1-2x}$, 則 $y^{(n)}(\frac{1}{2}) =$ _____.

5. $x^3 y^3 + y^2 = x + y$, 求在 $(1, 1)$, $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 的值 _____.

6. $\frac{\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{-\ln x}}}{\int_0^1 \sqrt{-\ln x} dx} =$ _____.

7. $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{1-(x-1)^2}} \frac{x+y}{x^2+y^2} dy dx =$ _____.

8. 圓柱 $x^2 + z^2 = 4$ 在圓柱 $x^2 + y^2 = 4$ 之內的部份的表面積是 _____.

9. $x = \frac{t}{1+t}$, $y = \ln(1+t)$ 在 $t \in [0, 2]$ 間之弧長 = _____.

10. $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$ 之極值為 _____。（要註明它是極大值或極小值）.

二. 計算題：共兩題，每題 15 分。（要有計算過程及理由才予以計分）

1. 用 Lagrange method 求在 $xy=1$ 和 $y^2+z^2=1$ 之上， $f(x, y, z) = yz + xy$ 之最大值和最小值.

2. 用 $u = x - \frac{y}{2}$, $v = y$ 的變數變換求 $\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^{\frac{y+4}{2}} y^3 (2x-y) e^{(2x-y)^2} dx dy$ 之值.