

一、(20 分) 假設隨機變數 x_1 與 x_2 之聯合機率密度函數為 $f(x_1, x_2) = e^{-x_1 - x_2}$, $0 < x_1 < \infty$, $0 < x_2 < \infty$, 其他值時為 0。

1. 試求 $f(x_1)$ 與 $f(x_2)$ 。(5 分)
2. 試證明 x_1 與 x_2 為隨機獨立。(5 分)
3. 滿足 $x_1 \leq x_2$ 的機率為？(5 分)
4. 隨機變數 $3x_1 + 2x_2$ 的期望值為？(5 分)

二、(15 分) 林經理會在早上 8:00 到 8:30 間起床，並在先送小孩上學後才進辦公室，路上交通所花費的時間在 45 到 60 分鐘之間。若以 x 表示起床時間，以 y 表示交通時間，且 x 與 y 為隨機獨立並都服從均等分配(uniform distribution)，那麼林經理能夠在早上九點之前進辦公室的機率為？

三、(15 分) 有一位學者想要利用大規模的電話訪問來調查民眾對今年國內房地產市場的預期，受訪者將被要求回答他們認為今年房地產價格會上揚，還是房地產價格會持平或下修。

1. 在達到 95% 的信心水準下，他至少應該抽取多少樣本？(5 分)
2. 你是引用何種理論來做上述建議？請指出理論名稱與理論內容。(5 分)
3. 若最後他抽取了 1,500 個樣本，樣本資料顯示有百分之六十的民眾看好今年的房地產價格，在 95% 的信心水準下，民眾不看好今年房地產市場的母體比例估計值是多少？在 95% 的信心水準下，正負誤差為多少百分比？(5 分)

四、問答題(20分)

- (1) 請說明檢定的決策法則 (Decision rule) 為何是根據對立假設的符號 (“ $\neq$ ” 或 “ $>$ ” 或 “ $<$ ”) 來決定臨界點與拒絕域、接受域的範圍。(4分)
- (2) 某研究生假設某一商品的支出 (Y) 與所得 (X) 的關係的迴歸模型如下列二模型

$$\text{模型 I : } e^Y = \beta_0 X^{\beta_1} V$$

$$\text{模型 II : } Y = \gamma_0 X^{\gamma_1} U$$

其中 V 、 U 均為隨機誤差項，請回答下列小題：

- ① 兩個模型是否均可利用最小平方去估計迴歸參數，請簡單說明理由。(4分)
- ② 若要比較二個模型何者較佳，是否可利用 R^2 (判定係數) 的大小來選擇，理由？(3分)
- ③ 請解釋 β_1 與 γ_1 的意義。(4分)
- (3) 檢定兩個獨立或不獨立母體均數是否相等，利用 t 檢定 (兩尾檢定) 及變異數分析之 F (右尾檢定)，兩者結果在何種情況下會相同？請說明之。(5分)

五、某調查機構隨機抽樣 400 位顧客，詢問他們購買國內基金與海外基金的比例，令 p 代表顧客購買國內基金的比例。現若檢定 $H_0: p = 0.8$ vs $H_1: p \neq 0.8$ 時，若 $|\hat{p} - 0.8| > 0.02$ ，則拒絕 H_0 ，

- (1) 請問此檢定的顯著水準。(5分)
- (2) 若 $p = 0.90$ ，請求此檢定的檢定力。(5分)
- (3) 根據 (1)、(2) 欲使檢定力達 98% 以上，則樣本數應為何？(5分)

六、某壽險公司欲瞭解影響保險人投保金額的因素，自『福寶』保險方案中隨機抽取 100 個家庭資料，令家戶投保金額為 Y ，家庭年所得為 X_1 ，家庭人口數為 X_2 ，並設立二個模型如下：

$$\text{模型 I : } Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$$

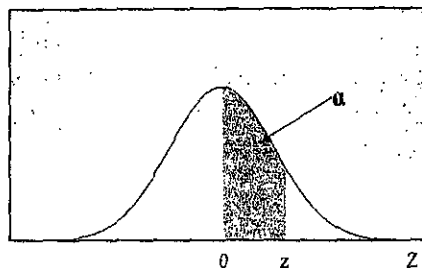
$$\text{模型 II : } Y = \gamma_0 + \gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + \varepsilon'$$

經 Microsoft Excel 求算迴歸解釋的變異數如下： $SSR(X_1) = 160$ ， $SSR(X_1, X_2) = 180$ ；殘差的部分如下： $SSE(X_1) = 40$ ， $SSE(X_1, X_2) = 20$ ，請回答下列問題 (Note: SSR 為 sum of squares due to regression, SSE 為 sum of squares due to error)

- (1) 在 $\alpha = 5\%$ 顯著下，試檢定 X_2 (家庭人口數) 是否應放入迴歸模型？(5分)
- (2) 若只考慮一個解釋變數 (X_1)，會高估還是低估 X_1 的係數？理由？(5分)
- (3) 若檢定 X_1 的迴歸係數是否顯著異於 0 時，兩個模型結果是否會相同嗎？何者比較可靠？理由。(5分)

標準常態累加機率值表

$$P(0 < Z < z) = \alpha$$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900
3.1	0.49903	0.49906	0.49910	0.49913	0.49916	0.49918	0.49921	0.49924	0.49926	0.49929
3.2	0.49931	0.49934	0.49936	0.49938	0.49940	0.49942	0.49944	0.49946	0.49948	0.49950
3.3	0.49952	0.49953	0.49955	0.49957	0.49958	0.49960	0.49961	0.49962	0.49964	0.49965
3.4	0.49966	0.49968	0.49969	0.49970	0.49971	0.49972	0.49973	0.49974	0.49975	0.49976
3.5	0.49977	0.49978	0.49978	0.49979	0.49980	0.49981	0.49981	0.49982	0.49983	0.49983
3.6	0.49984	0.49985	0.49985	0.49986	0.49986	0.49987	0.49987	0.49988	0.49988	0.49989
3.7	0.49989	0.49990	0.49990	0.49990	0.49991	0.49991	0.49992	0.49992	0.49992	0.49992
3.8	0.49993	0.49993	0.49993	0.49994	0.49994	0.49994	0.49994	0.49995	0.49995	0.49995
3.9	0.49995	0.49995	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49997	0.49997
4.0	0.49996832									
4.5	0.49999660									
5.0	0.49999971									
5.5	0.49999998									
6.0	0.49999999									