

注意：

1. 本試題共 7 大題，合計 100 分。
2. 請依題號依序作答。
3. 請詳述理由或計算推導過程，否則不予計分。

1 (20 分) 在新興凱因斯模型 (*New Keynesian models*) 中，對於名目價格的僵固性有許多不同的模型建構方式。其中一個著名的模型為 *Calvo (1983)* 交錯定價模型 (*staggered price model*)。假設廠商在每一期都有 $1 - \theta$ 的機率可以訂定新價格，而有 θ 的機率必須維持價格不變， $0 < \theta < 1$ 。令 T 代表廠商在第 T 期的時候，得以訂定新價格， $T = 1, 2, \dots$

1. 試找出 T 的機率質量函數 (*probability mass function*), $f(t)$ 。
 2. 平均而言，廠商要多久才能訂定新價格： $E(T) = ?$
 3. 令 T_i 代表廠商 i 調整價格的時點，且我們觀察到隨機樣本 $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ ，利用該組隨機樣本找出 θ 的最大概似估計式 (*maximum likelihood estimator*), $\hat{\theta}$ 。
 4. 證明 $\hat{\theta}$ 為 θ 的一致估計式 (*consistent estimator*)。
- 2 (10 分) 給定代表性個人極大化終生效用

$$\max E_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j u(c_{t+j}) \right], \quad 0 < \beta < 1,$$

受限於預算限制式為

$$c_t + A_{t+1} = (1 + r)A_t + y_t,$$

其中 c_t 為消費， A_t 為資產， y_t 為所得， r 為資產報酬， β 為折現率， $E_t(\cdot) = E(\cdot | \Omega_t)$ ， Ω_t 為第 t 期的資訊集合，對於所有 t 而言， $\Omega_t \subseteq \Omega_{t+1}$ 。在效用函數為二次式： $u(c_t) = c_t - \frac{\alpha}{2} c_t^2$ 且 $\beta(1 + r) = 1$ 的假設下，我們可以推得一階條件為

$$E_t(c_{t+1}) = c_t,$$

對於所有 t 都成立。根據雙重期望值法則 (*law of iterated expectation*)，我們知道給定 $I_1 \subseteq I_2$,

$$E(E(Y|I_2)|I_1) = E(Y|I_1).$$

請據此證明 *Robert Hall (1978)* 著名的「消費具平賭序列性質」(*the martingale property of consumption*):

$$E_t(c_{t+j}) = c_t, \quad \forall j > 0.$$

見背面

3 (30 分) 怪胎經濟學家 (*freakonomist*) 欲了解教育程度 (年) 對於薪資 (萬元) 的影響, 於是隨機抽樣調查了 1000 個上班族, 考慮線性迴歸模型

$$\log(\text{薪資}) = \alpha + \beta \times \text{教育程度} + \varepsilon,$$

並得到如下的迴歸估計 (小括弧內為標準差),

$$\widehat{\log(\text{薪資})} = 9.0621 + 0.0960 \times \text{教育程度}. \quad (1)$$

(0.06) (0.04)

自由經濟學家 (*freedomnomist*) 向來喜歡和怪胎經濟學家唱反調, 他在模型中加入一個新變數: 起薪 (*begin salary*):

$$\log(\text{薪資}) = \delta + \gamma \times \text{教育程度} + \theta \times \log(\text{起薪}) + \varepsilon,$$

並得到如下的迴歸估計 (小括弧內為標準差),

$$\widehat{\log(\text{薪資})} = 1.6469 + 0.0231 \times \text{教育程度} + 0.8685 \times \log(\text{起薪}). \quad (2)$$

(0.28) (0.04) (0.03)

自由經濟學家據此宣稱: 「怪胎經濟學家忽略了起薪的影響, 從而錯誤地高估了教育程度對薪資的影響!」為了因應自由經濟學家的挑戰, 怪胎經濟學家進一步估計了以下迴歸 (小括弧內為標準差),

$$\widehat{\log(\text{起薪})} = 8.5379 + 0.0839 \times \text{教育程度}. \quad (3)$$

(0.09) (0.05)

1. 計算 β 的 95% 漸近區間估計值 (*asymptotic interval estimate*).
2. 計算檢定 $H_0: \beta = 0$ vs. $H_1: \beta \neq 0$ 的 t 統計值。
3. 計算檢定 $H_0: \beta = 0$ vs. $H_1: \beta \neq 0$ 的漸近 p 值 (*asymptotic p-value*) 並說明其統計顯著性。
4. 用白話文說明係數估計值 $\hat{\beta} = 0.0960$ 的意義。
5. 用白話文說明係數估計值 $\hat{\gamma} = 0.0231$ 的意義。
6. 評論第 (3) 式中估計結果的意義 (亦即, 詮釋怪胎經濟學家的反擊)。

4 (15 分) 給定線性迴歸模型

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i,$$

$$E(\varepsilon_i | X_i) = 0.$$

其中 $\{X_i, Y_i\}_{i=1}^n$ 為隨機樣本。

1. 證明

$$\beta = \frac{\text{Cov}(X_i, Y_i)}{\text{Var}(X_i)}.$$

2. 根據以上資訊，找出 β 的類比估計式 (analog estimator), $\hat{\beta}$.

3. 證明 $\hat{\beta}$ 為 β 的不偏估計式 (不要忘了 X_i 是隨機變數)。

5 (10 分) 令隨機變數 X 具有如下之分配

$$f(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{if } x = 2, \\ 0.3 & \text{if } x = 3, \\ 0.2 & \text{if } x = 9. \end{cases}$$

1. 若 $\{X_i\}_{i=1}^{10}$ 為抽自 $f(x)$ 的隨機樣本，利用中央極限定理找出 $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10}$ 的漸近分配 (asymptotic distribution)。

2. 令 $Y = \bar{X}^2$ ，請找出 Y 的漸近分配 (asymptotic distribution)。

6 (5 分) 鹽水學派經濟學家 (saltwater economists) 相信貨幣 (M) 變動會造成產出 (Y) 變動，因此將產出對貨幣以最小平方作簡單的線性迴歸估計，得到 $\hat{Y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} M_t$ 以及判定係數 (coefficient of determination), R^2 。淡水學派經濟學家 (freshwater economists) 則以內在貨幣 (inside money) 的觀點，認為產出變動會造成貨幣變動，因此將貨幣對產出以最小平方作簡單的線性迴歸估計，得到 $\hat{M}_t = \hat{\gamma} + \hat{\delta} Y_t$ 以及判定係數 $\hat{R}^2$ 。請證明

$$R^2 = \hat{R}^2.$$

7 (10 分) 以下摘自中廣新聞網，記者林麗玉之報導 (2008-01-28)

台北市立圖書館調查各年齡層的圖書借閱率，發現借書最多的年齡層是在 41 歲到 50 歲之間，其次是 31 歲到 40 歲之間的市民，另外 7 到 12 歲的兒童閱讀量也不容小覷，借閱量達到八萬多冊，居第三高。不過國中及高中學生的圖書借閱量分別是 4 萬 9 千多冊及 4 萬 7 千多冊，敬陪末座，青少年的閱讀習慣還要再培養。

1. 請評論記者對於統計數字的比較。

2. 記者根據統計數字所做的結論為「青少年的閱讀習慣還要再培養」，你的看法為何？

見背面

標準常態分配表: $P(0 < N(0, 1) < z_\alpha)$

z	0.000	0.010	0.020	0.030	0.040	0.050	0.060	0.070	0.080	0.090
0.0	0.000	0.004	0.008	0.012	0.016	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036
0.1	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056	0.060	0.064	0.068	0.071	0.075
0.2	0.079	0.083	0.087	0.091	0.095	0.099	0.103	0.106	0.110	0.114
0.3	0.118	0.122	0.126	0.129	0.133	0.137	0.141	0.144	0.148	0.152
0.4	0.155	0.159	0.163	0.166	0.170	0.174	0.177	0.181	0.184	0.188
0.5	0.192	0.195	0.199	0.202	0.205	0.209	0.212	0.216	0.219	0.222
0.6	0.226	0.229	0.232	0.236	0.239	0.242	0.245	0.249	0.252	0.255
0.7	0.258	0.261	0.264	0.267	0.270	0.273	0.276	0.279	0.282	0.285
0.8	0.288	0.291	0.294	0.297	0.300	0.302	0.305	0.308	0.311	0.313
0.9	0.316	0.319	0.321	0.324	0.326	0.329	0.332	0.334	0.337	0.339
1.0	0.341	0.344	0.346	0.349	0.351	0.353	0.355	0.358	0.360	0.362
1.1	0.364	0.367	0.369	0.371	0.373	0.375	0.377	0.379	0.381	0.383
1.2	0.385	0.387	0.389	0.391	0.393	0.394	0.396	0.398	0.400	0.402
1.3	0.403	0.405	0.407	0.408	0.410	0.412	0.413	0.415	0.416	0.418
1.4	0.419	0.421	0.422	0.424	0.425	0.427	0.428	0.429	0.431	0.432
1.5	0.433	0.435	0.436	0.437	0.438	0.439	0.441	0.442	0.443	0.444
1.6	0.445	0.446	0.447	0.448	0.450	0.451	0.452	0.453	0.454	0.455
1.7	0.455	0.456	0.457	0.458	0.459	0.460	0.461	0.462	0.463	0.463
1.8	0.464	0.465	0.466	0.466	0.467	0.468	0.469	0.469	0.470	0.471
1.9	0.471	0.472	0.473	0.473	0.474	0.474	0.475	0.476	0.476	0.477
2.0	0.477	0.478	0.478	0.479	0.479	0.480	0.480	0.481	0.481	0.482
2.1	0.482	0.483	0.483	0.483	0.484	0.484	0.485	0.485	0.485	0.486
2.2	0.486	0.486	0.487	0.487	0.488	0.488	0.488	0.488	0.489	0.489
2.3	0.489	0.490	0.490	0.490	0.490	0.491	0.491	0.491	0.491	0.492
2.4	0.492	0.492	0.492	0.493	0.493	0.493	0.493	0.493	0.493	0.494
2.5	0.494	0.494	0.494	0.494	0.495	0.495	0.495	0.495	0.495	0.495
2.6	0.495	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496	0.496
2.7	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497	0.497
2.8	0.497	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498
2.9	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.498	0.499	0.499	0.499	0.499
3.0	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499	0.499

試題隨卷繳回