

甲. 填充題 每題10分. 請依題號將答案寫在答案紙上.

一. 曲線 $f(x) = \sqrt{x^2+x+1}$ 在 $(-1, 1)$ 點之斜率為 _____.

二. 定積分 $\int_0^{\sqrt{2}} x\sqrt{4-x^4} dx =$ _____.

三. 試找出一函數 $f(x, y, z)$ 滿足 $\frac{\partial f}{\partial x} = 2xy$, $\frac{\partial f}{\partial y} = x^2 - z^2$, $\frac{\partial f}{\partial z} = -2yz$.

答: $f(x, y, z) =$ _____.

四. 利用 $(1-x)^{-1}$ 在 0 點之泰勒展開式, 可求得 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^{n+1}}$ 之值為 _____.

五. $f(x) = e^{x^2}$, 則 f 之 100 次導數 $f^{(100)}(0) =$ _____.

六. $D = \iint_R 2y^2 \sin xy dA$; 其中 R 為平面上由 $(0, 0)$, $(2, 2)$, $(0, 2)$ 三點所圍成之三角形區域. 則 $D =$ _____.

七. 設 $f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 2y$ 在單位圓盤 $x^2 + y^2 \leq 1$ 之最大值為 M , 最小值為 m . 則 $(M, m) =$ _____.

乙. 計算題 每題10分. 若無計算過程, 不予計分.

一. 某工廠生產兩種產品 A 與 B. 若生產 x 數量之 A 產品及 y 數量之 B 產品時, x, y 需滿足 $9x^2 + 4y^2 = 18,000$. 每個 A 產品之利潤為 3 元, 每個 B 產品之利潤為 4 元. 今欲得最大利潤則 x, y 應如何配置?

二. 在誤差小於 10^{-3} 之範圍內, 試估計 $\sin 1$ 之值.

三. 試繪 $y' = y(1-y)$, $y(0) = \frac{1}{3}$ 之解 $y(t)$ 之圖形. ($0 \leq t < \infty$)

試題必須隨卷繳回