

統計學 (各題之配分如題號後的百分比, 共 100 分)

- 一. (10%) 請說明何謂中央極限定理(Central limit theorem)及其應用上的意義?
- 二. (10%) 請以機率密度函數說明 Chi-square χ^2 分配與 Student-t 分配的關係?
- 三. (10%) 說明何謂 Type I Error 及 Type II Error, 如何才能同時降低兩者?
- 四. (10%) 請說明兩隨機變數的相關係數定義為何, 並證明其介於-1 到+1 之間。
- 五. (10%) 台灣在每次選舉時皆會有許多民調結果, 這種民調是為了了解民眾支持某一候選人的比例, 如今, 若在 95%信賴水準下, 誤差正負 3% 的要求下, 至少應隨機抽樣訪問多少民眾? 如果抽樣結果, 此人的支持率只有 30%, 請問同樣在 95%信賴水準下, 誤差 3% 的要求下, 則只須隨機抽到多少樣本即可?(註: t 值及 z 值可參考試卷下方的附註)
- 六. (10%) 假設某一交叉口的機車到達交通量所佔的交通組成比例為 50%, (a). 試求在該交叉口觀察到第五部到達的車輛時, 正好觀察到第三部到達的機車的機率為何?(b). 試求若在該交叉口觀察五部車, 其中會有三部是機車的機率為何?
- 七. (10%) 假設兩個隨機變數 X, Y 的聯合機率密度函數, 如下:

$$f(x,y) = \begin{cases} kxy^2, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
 - (a). 求 k 值及求 $P(1/2 < y < 1 | x = 1/2)$?
 - (b). 證明 x 與 y 之間是否獨立?
- 八. (15%) 某一研究顯示, 在進行 20 人抽樣調查結果顯示, 估計平均每人生一生中會買過 12 部電腦, 變異數為 9。則依此推測, 平均每人生會買的電腦數量的 95%信賴區間為何? 今在路上碰到一個老朋友, 則預估此人一生會買電腦數量的 95%信賴區間為何?(註: t 值及 z 值可參考試卷下方的附註)
- 九. (15%) 請用最小平方方法(least squares)推演求出線性迴歸式 $Y=a+bX$ 的常數項 a 及係數 b 的計算式? 其中 Y 為 dependent variable, 其調查的樣本值以 y_i 表示, X 為 independent variable, 其調查的樣本值分別以 x_i 表示。並且說明如何分析此一直線迴歸式是否適當, 有那些方法?

註: $Z_{0.025}=1.96$, $Z_{0.05}=1.645$, $t_{19,0.025}=2.093$, $t_{19,0.05}=1.729$