

【一】(共 30 分)

由一個國中一年級班中隨機抽取 5 位學生，教導有關毒品危害的相關知識，然後對他們進行毒品危害性認知問卷調查，評量所給予的毒品危害衛生教育對學生認知方面是否有增進的成效，問卷滿分為 100 分，分數越高代表認知程度越高。5 位學生衛教介入前後的認知分數如下：

	學生代碼(i)				
	1	2	3	4	5
衛教介入前(x_i)	50	55	60	65	70
衛教介入後(y_i)	80	80	85	90	90

假設衛教介入前該班學生認知分數分配服從常態分配 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ，衛教介入後該班學生認知分數分配則為 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ，回答以下問題：

(問題 1): 衛教介入前的變異係數 CV 值是衛教介入後變異係數 CV 值的 _____ 倍；由於這個倍數明顯大於 1 倍，顯示出在衛教介入前學生對毒品認知分數的變異程度較大；當檢定衛教介入後學生認知分數應該會較衛教介入前要增加，虛無擬說 (null hypothesis) 的寫法為 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ，對立擬說的寫法為 $H_1: \mu_1 < \mu_2$ ，(問題 2): 檢定上之擬說的檢定統計量，經計算後其數值為 _____；(問題 3): 若對以上兩組資料檢定改用 Wilcoxon signed ranks test (Wilcoxon 符號排序檢定) 方法，以衛教介入後分數大於衛教介入前分數代表正號，則此無母數統計分析方法所得正號排序和統計量為 15，其中正號數值的排序由小到大分別為 _____；(問題 4): 上述表中資料以回歸模式分析衛教介入後認知分數與衛教介入前認知分數是否存在趨勢效應，估計所得回歸直線為 _____；(問題 5): 回歸係數估計值的變異數估計值為 _____。(註：以上 5 個問題，每題 6 分)

【二】(共 25 分) ※ 本大題請於試卷內之「非選擇題作答區」標明題號依序作答。

某醫院欲研究病人住院天數(Y)與年齡(X)的關係。隨機抽出 20 位病人，以簡單線性迴歸模式(截距變項為 1)分析此資料，由最小平方方法得到截距變項及 X 之迴歸係數之估計值分別為 -30 及 1.5，其標準誤分別為 10 與 0.5，且此模式之誤差均方 $MSE=10$ 。

- (1) (4 分)(選擇題) 此資料之住院天數(Y)與年齡(X)之樣本相關係數之數值為？
 (A) 小於 -1 (B) 介於 -1 與 -0.5 之間 (C) 介於 -0.5 與 0 之間
 (D) 介於 0.5 與 1 之間 (E) 大於 1 (F) 以上皆非。
- (2) (4 分)(選擇題) 當年齡增加 10 歲，則其平均住院天數會如何改變？
 (A) 沒有改變 (B) 增加 15 天 (C) 減少 15 天
 (D) 資訊不足，無法判斷 (E) 以上皆非。
- (3) (4 分)(選擇題) 已知 $\bar{X}=46$ 且 $\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 40$ ，若有一新病人剛入院，其年齡為 50 歲，請預測其未來可能住院天數的範圍，且此預測之錯誤機會不會超過 5%。下列何者最接近？
 (A) (42, 48) (B) (37, 53) (C) (31, 59)
 (D) (23, 67) (E) 以上皆非。
- (4) (4 分)(選擇題) 若將截距項更改為 $\bar{X}$ (此資料之樣本平均年齡) 及將 X 更改為 $(X - \bar{X})$ ，則對於此兩個迴歸係數之估計值，下列何者為真？
 (A) 兩個數值均不變
 (B) 兩個數值均改變
 (C) 只有 $(X - \bar{X})$ 之迴歸係數之估計值改變
 (D) 只有截距項之迴歸係數之估計值改變
 (E) 以上皆非。
- (5) (4 分)(選擇題) 若住院天數(Y)與年齡(X)是非呈現線性關係，將年齡分成 $X < 30$, $30 \leq X < 60$, $X \geq 60$ 三個年齡層。欲檢定年齡(X)是否會影響住院天數(Y)。在每個年齡層之病人其平均年齡相同之情況下，且假設病人年齡呈常態分佈時，此檢定統計量之分佈，下列敘述何者為真？
 (A) t-分佈，自由度為 18 (B) F-分佈，自由度為 1, 18
 (C) t-分佈，自由度為 17 (D) F-分佈，自由度為 2, 17

- (E) t-分佈，自由度為 16 (F) F-分佈，自由度為 3, 16
(G) 以上皆非。

- (6) (3分)(填充題) (承上題) 若年齡對住院天數的效果會因不同性別而不同，則此線性迴歸模式必須有_____個迴歸係數。
- (7) (2分)(填充題) (承上題) 在上題之迴歸模式下，檢定年齡對住院天數之效果是否與性別有關。在虛無假說為真之情況下，此檢定統計量為 F 分佈，其自由度依序為_____與_____。

【三】(共 45 分; 每題 3 分) ※ 本大題請於試卷內之「選擇題作答區」依序作答。

某研究探討影響某疾病住院日長短(Length of stay, LOS) 之影響因素，包括年齡(A) 疾病嚴重度(S) 先前疾病史(D) 及家族病史(F)，研究者分別就下列依變項性質進行分析：

- (1) 視 LOS 為尺度(Interval) 變項。
- (2) 視 LOS 為二分類別(Binary) (以中位數為切點)。
- (3) 視 LOS 為時間(由住院開始至出院)變項。

自變項之描述如下：假設年齡(A)分成三組 ≤ 44 (1)，45-64(2)， ≥ 65 (3)，疾病嚴重度(S)也分成三組，輕微(1)，中度(2)及重度(3)，先前疾病史(D)分成兩組(1=有，2=沒有)，及家族病史(F)(1=有，2=沒有)。

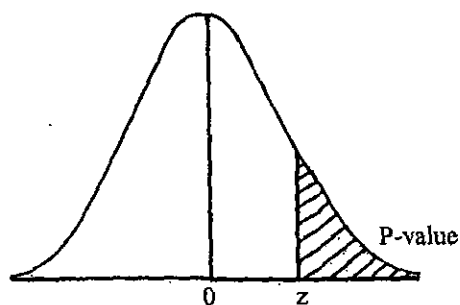
若研究收集 23 位病人進行影響住院日相關因子分析，請回答下列問題：

1. 若依(1)依變項進行評估疾病嚴重度對住院日之影響，則下列何統計分析方法是最適當？
 - (A) 線性迴歸(Linear Regression)。
 - (B) 獨立 t 檢定(Independent t test)。
 - (C) 曼惠特尼無母數檢定分析(Mann-Whitney non-parametric test)。
 - (D) 邏輯斯迴歸分析(Logistic regression analysis)。
 - (E) 以上皆非。
2. 承上題 1，如果年齡、先前疾病史及家族病史是干擾因子，若使用迴歸模式則須估計幾個迴歸係數？
 - (A) 3。
 - (B) 5。
 - (C) 7。
 - (D) 9。
 - (E) 以上皆非。

3. 承上題 2，如果針對先前疾病史(D)進行淨回歸係數(Partial regression coefficient)檢定，下列敘述何者為誤？
- (A) 以 t 檢定進行
 - (B) 其自由度為 1
 - (C) 也可以淨相關係數(Partial correlation)來檢定其結果
 - (D) 和 partial F 檢定結果相同
 - (E) 以上皆對。
4. 承上題 2，如果此迴歸模式解釋變異量為 36%，下列敘述何者正確？
- (A) 可以 F 檢定是否達統計上顯著意義
 - (B) 檢定統計 F 值為 2
 - (C) 回歸未能解釋部份之平均誤差為 10%
 - (D) 以上皆正確
 - (E) 以上皆非。
5. 承上題 4，若計算調整複相關係數(Adjusted R^2)其值為？
- (A) 6%
 - (B) 12%
 - (C) 24%
 - (D) 不變
 - (E) 以上皆非。
6. 研究者若依(2)性質(二分類別變項)進行分析，研究有興趣自變項為先前疾病史(D)，下列何種統計分析方法是適當的？
- (A) 比例檢定
 - (B) Chi-square 檢定
 - (C) 邏輯斯迴歸(Logistic regression)
 - (D) 以上皆可
 - (E) 以上皆非。
7. 假設先前疾病史為 30%(23 位中有 7 位具先前疾病史)，而具先前疾病史住院日較長佔 70%，沒有先前病史住院日較長佔 50%，若以迴歸模式分析，其先前疾病史回歸係數為：
- (A) 2.5
 - (B) 1.4
 - (C) 0.9
 - (D) 0.3
 - (E) 以上皆非。

8. 承上題 6，若年齡是可能正相關干擾因子，則先前具疾病史較未具疾病史者住院日較長之倍數之可能值為？
(A) 4.5
(B) 3.5
(C) 2.5
(D) 1.5
(E) 以上皆非。
9. 上述題 8 可以使用 likelihood test 來進行檢定，則應比較下列哪兩個模式？
logit $p = \alpha$ ------(1)
logit $p = \alpha + \beta_1 D$ ------(2)
logit $p = \alpha + \beta_2 A_2 + \beta_3 A_3$ ------(3)
logit $p = \alpha + \beta_1 D + \beta_2 A_2 + \beta_3 A_3$ ------(4)
(A) (1) vs. (2)
(B) (2) vs. (4)
(C) (2) vs. (3)
(D) (3) vs. (4)
(E) 以上皆非。
10. 上述題 9 若欲檢定先前疾病史和年齡是否具交互作用則須估計幾個參數？
(A) 4
(B) 6
(C) 8
(D) 10
(E) 以上皆非。
11. 若依(3)依變項性質(時間變項)評估疾病嚴重度對住院日之影響，下列何種統計方法是適當的？
(A) McNemar 檢定
(B) Log-rank 檢定
(C) Chi-square 檢定
(D) 以上皆可
(E) 以上皆非。
12. 承上題 11，當您做檢定時需要何種假定？
(A) 疾病嚴重度三組間 LOS 變異數相等

- (B) 疾病嚴重度三組間無多重比較問題
(C) 疾病嚴重度三組間影響住院日之危險比例不會隨時間而改變
(D) 以上皆對
(E) 以上皆非。
13. 承上題 11，如果年齡、先前疾病史及家族病史是干擾因子，您會使用下列何種統計方法？
(A) Logistic regression model
(B) Linear regression model
(C) Linear mixed model
(D) Cox proportional hazards regression model
(E) 以上皆非。
14. 承上題 13，若使用迴歸方程式須估計幾個迴歸係數？
(A) 5
(B) 6
(C) 7
(D) 8
(E) 以上皆非。
15. 上述 14 題在檢定疾病嚴重度，其檢定時之自由度為？
(A) 2
(B) 4
(C) 6
(D) 8
(E) 以上皆非。

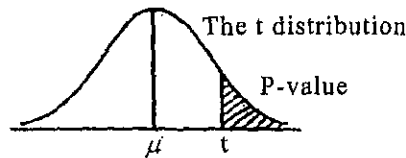


附表一 標準常態分布對應 Z 值之右尾機率表

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48405	0.48006	0.47608	0.47210	0.46812	0.46414
0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43251	0.42858	0.42465
0.2	0.42074	0.41683	0.41294	0.40905	0.40517	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38591
0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36693	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34827
0.4	0.34458	0.34090	0.33724	0.33360	0.32997	0.32636	0.32276	0.31918	0.31561	0.31207
0.5	0.30854	0.30503	0.30153	0.29806	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28096	0.27760
0.6	0.27425	0.27093	0.26763	0.26435	0.26109	0.25785	0.25463	0.25143	0.24825	0.24510
0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23270	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21770	0.21476
0.8	0.21186	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
0.9	0.18406	0.18141	0.17879	0.17619	0.17361	0.17106	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
1.0	0.15866	0.15625	0.15386	0.15151	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
1.1	0.13567	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09853
1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07215	0.07078	0.06944	0.06811
1.5	0.06681	0.06552	0.06426	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
1.7	0.04457	0.04363	0.04272	0.04182	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.02330
2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02068	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
2.1	0.01786	0.01743	0.01700	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005

來源：利用 SAS 軟體之函數計算排序而成：P-value=1-PROBNOR(Z)

見背面



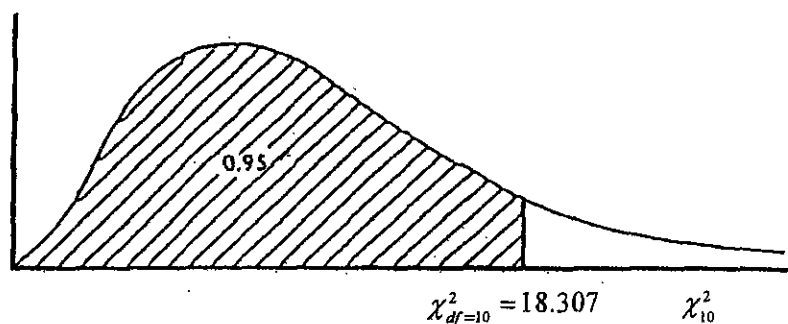
附表二 t 分布右尾機率對應臨界值表

df	$t_{0.1}$	$t_{0.05}$	$t_{0.01}$	$t_{0.025}$	$t_{0.005}$	$t_{0.0005}$
1	3.0777	6.31375	31.8205	12.7062	63.6567	636.619
2	1.8856	2.91999	6.9646	4.3027	9.9248	31.599
3	1.6377	2.35336	4.5407	3.1824	5.8409	12.924
4	1.5332	2.13185	3.7469	2.7764	4.6041	8.610
5	1.4759	2.01505	3.3649	2.5706	4.0321	6.869
6	1.4398	1.94318	3.1427	2.4469	3.7074	5.959
7	1.4149	1.89458	2.9980	2.3646	3.4995	5.408
8	1.3968	1.85955	2.8965	2.3060	3.3554	5.041
9	1.3830	1.83311	2.8214	2.2622	3.2498	4.781
10	1.3722	1.81246	2.7638	2.2281	3.1693	4.587
11	1.3634	1.79588	2.7181	2.2010	3.1058	4.437
12	1.3562	1.78229	2.6810	2.1788	3.0545	4.318
13	1.3502	1.77093	2.6503	2.1604	3.0123	4.221
14	1.3450	1.76131	2.6245	2.1448	2.9768	4.140
15	1.3406	1.75305	2.6025	2.1314	2.9467	4.073
16	1.3368	1.74588	2.5835	2.1199	2.9208	4.015
17	1.3334	1.73961	2.5669	2.1098	2.8982	3.965
18	1.3304	1.73406	2.5524	2.1009	2.8784	3.922
19	1.3277	1.72913	2.5395	2.0930	2.8609	3.883
20	1.3253	1.72472	2.5280	2.0860	2.8453	3.850
21	1.3232	1.72074	2.5176	2.0796	2.8314	3.819
22	1.3212	1.71714	2.5083	2.0739	2.8188	3.792
23	1.3195	1.71387	2.4999	2.0687	2.8073	3.768
24	1.3178	1.71088	2.4922	2.0639	2.7969	3.745
25	1.3164	1.70814	2.4851	2.0595	2.7874	3.725
26	1.3150	1.70562	2.4786	2.0555	2.7787	3.707
27	1.3137	1.70329	2.4727	2.0518	2.7707	3.690
28	1.3125	1.70113	2.4671	2.0484	2.7633	3.674
29	1.3114	1.69913	2.4620	2.0452	2.7564	3.659
30	1.3104	1.69726	2.4573	2.0423	2.7500	3.646
35	1.3062	1.68957	2.4377	2.0301	2.7238	3.591
40	1.3031	1.68385	2.4233	2.0211	2.7045	3.551
45	1.3007	1.67943	2.4121	2.0141	2.6896	3.520
50	1.2987	1.67591	2.4033	2.0086	2.6778	3.496
55	1.2971	1.67303	2.3961	2.0040	2.6682	3.476
60	1.2958	1.67065	2.3901	2.0003	2.6603	3.460
70	1.2938	1.66691	2.3808	1.9944	2.6479	3.435
80	1.2922	1.66412	2.3739	1.9901	2.6387	3.416
90	1.2910	1.66196	2.3685	1.9867	2.6316	3.402
100	1.2901	1.66023	2.3642	1.9840	2.6259	3.390
110	1.2893	1.65882	2.3607	1.9818	2.6213	3.381
120	1.2887	1.65765	2.3578	1.9799	2.6174	3.373

來源：利用 SAS 軟體之函數計算排版而成： $t(p, df) = \text{TINV}(1-p, df)$

註：樣本數大於 120 時，t 分布近似於常態分布，改查常態分布，如

$$t_{df=300, \alpha=0.025(\text{單尾})} \approx 1.96$$



附表三 卡方分布左尾機率對應臨界值

df	$\chi^2_{0.005}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.05}$	$\chi^2_{0.90}$	$\chi^2_{0.95}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.990}$
1	0.0000	0.0010	0.0039	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.0100	0.0506	0.1026	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.0717	0.2158	0.3518	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.2070	0.4844	0.7107	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.4117	0.8312	1.1455	9.236	11.070	12.833	15.086
6	0.6757	1.2373	1.6354	10.645	12.592	14.449	16.812
7	0.9893	1.6899	2.1673	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.3444	2.1797	2.7326	13.362	15.507	17.535	20.090
9	1.7349	2.7004	3.3251	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.1559	3.2470	3.9403	15.987	18.307	20.483	23.209
11	2.6032	3.8157	4.5748	17.275	19.675	21.920	24.725
12	3.0738	4.4038	5.2260	18.549	21.026	23.337	26.217
13	3.5650	5.0088	5.8919	19.812	22.362	24.736	27.688
14	4.0747	5.6287	6.5706	21.064	23.685	26.119	29.141
15	4.6009	6.2621	7.2609	22.307	24.996	27.488	30.578
16	5.1422	6.9077	7.9616	23.542	26.296	28.845	32.000
17	5.6972	7.5642	8.6718	24.769	27.587	30.191	33.409
18	6.2648	8.2307	9.3905	25.989	28.869	31.526	34.805
19	6.8440	8.9065	10.1170	27.204	30.144	32.852	36.191
20	7.4338	9.5908	10.8508	28.412	31.410	34.170	37.566
21	8.0337	10.2829	11.5913	29.615	32.671	35.479	38.932
22	8.6427	10.9823	12.3380	30.813	33.924	36.781	40.289
23	9.2604	11.6886	13.0905	32.007	35.172	38.076	41.838
24	9.8862	12.4012	13.8484	33.196	36.415	39.364	42.980
25	10.5197	13.1197	14.6114	34.382	37.652	40.646	44.314
26	11.1602	13.8439	15.3792	35.563	38.885	41.923	45.642
27	11.8076	14.5734	16.1514	36.741	40.113	43.195	46.963
28	12.4613	15.3079	16.9279	37.916	41.337	44.461	48.278
29	13.1211	16.0471	17.7084	39.087	42.557	45.722	49.588
30	13.7867	16.7908	18.4927	40.256	43.773	46.979	50.892
35	17.1918	20.5694	22.4650	46.059	49.802	53.203	57.342
40	20.7065	24.4330	26.5093	51.805	55.758	59.342	63.691
45	24.3110	28.3662	30.6123	57.505	61.656	65.410	69.957
50	27.9907	32.3574	34.7643	63.167	67.505	71.420	76.154
55	31.7348	36.3981	38.9580	68.796	73.311	77.380	82.292
60	35.5345	40.4817	43.1880	74.397	79.082	83.298	88.379
70	43.2752	48.7576	51.7393	85.527	90.531	95.023	100.425
80	51.1719	57.1532	60.3915	96.578	101.879	106.629	112.329
90	59.1963	65.6466	69.1260	107.565	113.145	118.136	124.116
100	67.3276	74.2219	77.9295	118.498	124.342	129.561	135.807
110	75.5500	82.8671	86.7916	129.385	135.480	140.917	147.414
120	83.8516	91.5726	95.7046	140.233	146.567	152.211	158.950

來源：利用 SAS 軟體之函數計算排版而成： $\chi^2(p, df) = \text{CINV}(p, df)$

見背面

Percentiles of the F distribution: $F_{\alpha}(r_1, r_2)$

r_1 = degrees of freedom for numerator
 r_2 = degrees of freedom for denominator



$r_1 \backslash r_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.83	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.63	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.83	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.73	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.55	2.51	2.47	2.43	2.39	2.34	2.30
13	4.64	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.56	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.50	3.68	3.28	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.44	3.63	3.23	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01
17	4.40	3.59	3.20	2.98	2.82	2.70	2.61	2.54	2.49	2.44	2.37	2.30	2.23	2.19	2.14	2.10	2.05	2.00	1.96
18	4.36	3.55	3.16	2.94	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.33	3.52	3.13	2.91	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.12	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.31	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.29	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.28	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.26	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.24	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.58	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.23	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.07	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00